

## ENONCE DU PROBLEME

**3 tablettes au chocolat et 6 glaces coûtent 28,20 €.**

**4 tablettes au chocolat et 3 glaces coûtent 20,50 €.**

**Calculer le prix d'une tablette au chocolat et le prix d'une glace.**

## CORRECTION :

Il s'agit d'un problème du premier degré à deux inconnues :

Désignons par  $x$  le prix d'une tablette au chocolat et par  $y$  le prix d'une glace, alors :

↳ Le prix de 3 tablettes au chocolat et 6 glaces est  $3x + 6y$ . Donc d'après l'énoncé on a :

$$3x + 6y = 28,20$$

↳ Le prix de 4 tablettes au chocolat et 3 glaces est  $4x + 3y$ . Donc d'après l'énoncé on a :

$$4x + 3y = 20,50$$

On a donc le système d'équations :

$$\begin{cases} 3x + 6y = 28,20 \\ 4x + 3y = 20,50 \end{cases}$$

Pour trouver le prix  $x$  d'une tablette au chocolat et le prix  $y$  d'une glace, il faut donc résoudre ce système d'équations.

### 1<sup>ère</sup> méthode (on résout par substitution) :

$$\begin{cases} 3x + 6y = 28,20 \\ 4x + 3y = 20,50 \end{cases}$$

**Principe :** Dans l'une des deux équations du système, on calcule l'une des inconnues ( $x$  ou  $y$ ) et on la remplace dans l'autre équation pour se ramener à une équation ne comportant qu'une seule inconnue.

$$\begin{cases} 3x + 6y = 28,20 \\ 4x + 3y = 20,50 \end{cases}$$

↳ Dans la première équation :  $3x + 6y = 28,20$ , on calcule  $x$ . On a alors  $3x = 28,20 - 6y$  et donc

$$x = \frac{28,20}{3} - \frac{6}{3}y \text{ (on divise par 3 pour trouver } x\text{)}. \text{ Ce qui fait } x = 9,4 - 2y.$$

↳ On remplace maintenant cette valeur de  $x$  dans la deuxième équation et on obtient alors :

$$4(9,4 - 2y) + 3y = 20,50 \text{ (Attention ! Notez bien que quand on remplace on met l'on remplace dans des parenthèses).}$$

On résout maintenant l'équation  $4(9,4 - 2y) + 3y = 20,50$  (qui ne contient plus que  $y$ ). On a :

$$4(9,4 - 2y) + 3y = 20,50 \Leftrightarrow 4 \times 9,4 - 4 \times 2y + 3y = 20,50 \text{ (par développement)}$$

$$\Leftrightarrow 37,6 - 8y + 3y = 20,50 \Leftrightarrow -8y + 3y = 20,50 - 37,6 \Leftrightarrow -5y = -17,10$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{-17,10}{-5} = 3,42$$

Donc  $y = 3,42$  et il reste maintenant à calculer  $x$ .

↳ Or on a  $x = 9,4 - 2y$  donc  $x = 9,4 - 2 \times 3,42 = 2,56$ . On a donc  $x = 2,56$ .

**Le prix d'une tablette au chocolat est donc 2,56 € et le prix d'une glace est 3,42 €.**

### 2<sup>ème</sup> méthode (on résout par combinaison) :

**Principe :** On fait apparaître devant l'une des inconnues (x ou y) le même coefficient dans les deux équations puis on soustrait membre à membre les deux équations pour éliminer cette inconnue pour calculer l'autre inconnue.

Pour cela, on multiplie chaque équation par le coefficient de cette inconnue dans l'autre équation.

Reprenons alors vite le système d'équations :

$$\begin{cases} 3x + 6y = 28,20 \\ 4x + 3y = 20,50 \end{cases}$$

↳ Cherchons à éliminer l'inconnue x (qui a des plus petits coefficients) : on doit alors multiplier la première équation par 4 et la seconde équation par 3 (**Notez** bien que quand on multiplie une équation par un nombre, on multiplie **tous** les coefficients de l'équation par ce nombre). Le système devient alors :

$$\begin{cases} 3x + 6y = 28,20 & (\times 4) \\ 4x + 3y = 20,50 & (\times 3) \end{cases} \quad \text{d'où} \quad \begin{cases} 12x + 24y = 112,8 \\ 12x + 9y = 61,50 \end{cases}$$

Notez bien que l'on a maintenant le même coefficient (12) devant l'inconnue x dans les deux équations (et c'était le but recherché !).

↳ On soustrait maintenant membre à membre les deux équations de ce dernier système en faisant 1<sup>ère</sup> équation - 2<sup>ème</sup> équation (les termes en x se « cassent » alors, en mathématiques, on dit qu'ils s'éliminent ou s'annulent). On obtient alors :

$$(12x + 24y) - (12x + 9y) = 112,8 - 61,50 \quad (\text{on résout cette équation qui ne contient plus que } y)$$

On supprime les parenthèses, il vient :

$$12x + 24y - 12x - 9y = 112,8 - 61,50 \quad (\text{Notez que quand un signe } - \text{ est placé devant des parenthèses, il a pour effet, de changer les signes de } \text{tous} \text{ les termes figurant entre ces parenthèses et attention à cette règle !}). \text{ Les termes en } x \text{ s'éliminent } (12x - 12x = 0) \text{ et il reste :}$$

$$24y - 9y = 112,8 - 61,50 \Leftrightarrow 15y = 51,30.$$

$$\text{D'où } y = \frac{51,30}{15} = 3,42 \quad (\text{on retrouve bien la valeur de } y \text{ obtenue avec la première méthode}).$$

↳ Il ne reste plus qu'à calculer la valeur de x. Pour cela, on remplace cette valeur de y dans l'une des deux équations du système (**NOTE** : dans la pratique on choisit l'équation la plus simple, c'est-à-dire celle dont les coefficients sont les plus petits pour éviter des gros calculs).

$$\text{Prenons la deuxième équation } 4x + 3y = 20,50, \text{ avec } y=3,42, \text{ on a alors } 4x + 3 \times 3,42 = 20,50$$

$$\Leftrightarrow 4x + 10,26 = 20,50 \Leftrightarrow 4x = 20,50 - 10,26 \Leftrightarrow 4x = 10,24.$$

$$\text{D'où } x = \frac{10,24}{4} = 2,56 \quad (\text{on retrouve donc bien la valeur de } x \text{ obtenue avec la première méthode}).$$

**Le prix d'une tablette au chocolat est donc 2,56 € et le prix d'une glace est 3,42 €.**