CORRECTIONS EXERCICES CHARLOTTE

1) Calcul de $A = |x-1| + 2|x+3|$

↳ Pour $x = 2$: On a $A = |2-1| + 2|2+3| = |1| + 2|5| = 1 + 2\times 5 = \boxed{11}$

↳ Pour $x = -2$: On a $A = |-2-1| + 2|-2+3| = |-3| + 2|1| = 3 + 2\times 1 = \boxed{5}$

↳ Pour $x = 5$: On a $A = |5-1| + 2|5+3| = |4| + 2|8| = 4 + 2\times 8 = \boxed{20}$

↳ Pour $x = \frac{5}{2}$: On a $A = \left|\frac{5}{2} - 1\right| + 2\left|\frac{5}{2} + 3\right| = \left|\frac{5}{2} - \underbrace{\frac{2}{2}}_{1}\right| + 2\left|\frac{5}{2} + \underbrace{\frac{6}{2}}_{3}\right|$

Donc $A = \left|\frac{5-2}{2}\right| + 2\left|\frac{5+6}{2}\right| = \left|\frac{3}{2}\right| + 2\left|\frac{11}{2}\right| = \frac{3}{2} + \frac{2\times 11}{2} = \frac{3}{2} + \frac{22}{2} = \boxed{\frac{25}{2}}$

↳ Pour $x = \sqrt{5}$: $A = |\sqrt{5} - 1| + 2|\sqrt{5} + 3| = \sqrt{5} - 1 + 2(\sqrt{5} + 3)$

Donc $A = \sqrt{5} - 1 + 2\sqrt{5} + 2\times 3 = \sqrt{5} + 2\sqrt{5} - 1 + 6 = (1+2)\sqrt{5} + 5$

Donc $\boxed{A = 3\sqrt{5} + 5}$

↳ Pour $x = \sqrt{3}$: $A = |\sqrt{3} - 1| + 2|\sqrt{3} + 3| = \sqrt{3} - 1 + 2(\sqrt{3} + 3) = \sqrt{3} - 1 + 2\sqrt{3} + 2\times 3$

Donc $A = \sqrt{3} - 1 + 2\sqrt{3} + 6 = \sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 1 + 6 = (1+2)\sqrt{3} + 5 = \boxed{3\sqrt{3} + 5}$

2) Calcul de $B = 2|x+3| - 10|x+5|$

↳ Pour $x = 2$: $B = 2|2+3| - 10|2+5| = 2|5| - 10|7| = 2\times 5 - 10\times 7$

Donc $B = 10 - 70$; ce qui fait $\boxed{B = -60}$

↳ Pour $x = -2$: $B = 2|-2+3| - 10|-2+5| = 2|1| - 10|3| = 2\times 1 - 10\times 3$

Donc $B = 2 - 30$. D'où $\boxed{B = -28}$

↳ Pour $x = 5$: $B = 2|5+3| - 10|5+5| = 2|8| - 10|10|$

$\Rightarrow B = 2\times 8 - 10\times 10 = 16 - 100$. Donc $\boxed{B = -84}$

↳ Pour $x = \frac{7}{2}$: $B = 2\left|\frac{7}{2} + 3\right| - 10\left|\frac{7}{2} + 5\right| = 2\left|\frac{7}{2} + \underbrace{\frac{6}{2}}_{3}\right| - 10\left|\frac{7}{2} + \underbrace{\frac{10}{2}}_{5}\right|$

$B = 2\left|\frac{7+6}{2}\right| - 10\left|\frac{7+10}{2}\right| = 2\left|\frac{13}{2}\right| - 10\left|\frac{17}{2}\right| = \cancel{2}\times\frac{13}{\cancel{2}} - 10\times\frac{7}{2}$

$= 13 - \frac{70}{2} = 13 - 35 \Longrightarrow \boxed{B = -22}$

↳ Pour $x = \sqrt{5}$: $B = 2|\sqrt{5} + 3| - 10|\sqrt{5} + 5| = 2(\sqrt{5} + 3) - 10(\sqrt{5} + 5)$

$B = 2\sqrt{5} + 2\times 3 - 10\sqrt{5} - 10\times 5 = (2-10)\sqrt{5} + 6 - 50$; $\boxed{B = -8\sqrt{5} - 44}$

↳ Pour $x = \sqrt{3}$: $B = 2|\sqrt{3} + 3| - 10|\sqrt{3} + 5| = 2(\sqrt{3} + 3) - 10(\sqrt{3} + 5)$

$B = 2\sqrt{3} + 2\times 3 - 10\sqrt{3} - 10\times 5 = (2-10)\sqrt{3} + 6 - 50$

Donc $\boxed{B = -8\sqrt{3} - 44}$

↳ Retour au calcul de $A = |x-1| + 2|x+3|$ pour $x = \frac{7}{2}$: $A = \left|\frac{7}{2} - 1\right| + 2\left|\frac{7}{2} + 3\right|$

$$A = \left|\frac{7}{2} - \underbrace{\frac{2}{2}}_{1}\right| + 2\left|\frac{7}{2} + \underbrace{\frac{6}{2}}_{3}\right| = \left|\frac{7-2}{2}\right| + 2\left|\frac{7+6}{2}\right| = \left|\frac{5}{2}\right| + 2\left|\frac{13}{2}\right| = \frac{5}{2} + \frac{2 \times 13}{2}$$

Donc $A = \frac{5+26}{2} \Rightarrow \boxed{A = \frac{31}{2}}$

3) Calcul de $C = \dfrac{|x+3| - |x-10|}{|x-3|}$

↳ Pour $x = 2$: On a $C = \dfrac{|2+3| - |2-10|}{|2-3|} = \dfrac{|5| - |-8|}{|-1|} = \dfrac{5-8}{1}$

$C = \frac{-3}{1} \Rightarrow \boxed{C = -3}$

↳ Pour $x = -2$: $C = \dfrac{|-2+3| - |-2-10|}{|-2-3|} = \dfrac{|1| - |-12|}{|-5|} = \dfrac{1-12}{5} = \boxed{-\frac{11}{5}}$

↳ Pour $x = 5$: $C = \dfrac{|5+3| - |5-10|}{|5-3|} = \dfrac{|8| - |-5|}{|2|} = \dfrac{8-5}{2} \Rightarrow \boxed{C = \frac{3}{2}}$

↳ Pour $x = \frac{7}{2}$: $C = \dfrac{\left|\frac{7}{2}+3\right| - \left|\frac{7}{2}-10\right|}{\left|\frac{7}{2}-3\right|} = \dfrac{\left|\frac{7}{2}+\frac{6}{2}\right| - \left|\frac{7}{2}-\frac{20}{2}\right|}{\left|\frac{7}{2}-\frac{6}{2}\right|}$

$$C = \frac{\left|\frac{7+6}{2}\right| - \left|\frac{7-20}{2}\right|}{\left|\frac{7-6}{2}\right|} = \frac{\left|\frac{13}{2}\right| - \left|-\frac{13}{2}\right|}{\left|\frac{1}{2}\right|} = \frac{\frac{13}{2} - \frac{13}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{0}{\frac{1}{2}} = 0$$

Donc $\boxed{C = 0}$

↳ Pour $x = \sqrt{5}$: $C = \dfrac{|\sqrt{5}+3| - |\sqrt{5}-10|}{|\sqrt{5}-3|}$ Or $|\sqrt{5}+3| = \sqrt{5}+3$ car $\sqrt{5}+3 > 0$;

$|\sqrt{5}-10| = -(\sqrt{5}-10) = -\sqrt{5}+10$ car $\sqrt{5}-10 < 0$ et $|\sqrt{5}-3| = -(\sqrt{5}-3) = -\sqrt{5}+3$

car $\sqrt{5}-3 < 0$. Donc $C = \dfrac{\sqrt{5}+3-(-\sqrt{5}+10)}{-\sqrt{5}+3} = \dfrac{\sqrt{5}+3+\sqrt{5}-10}{3-\sqrt{5}} = \dfrac{2\sqrt{5}-7}{3-\sqrt{5}}$

$C = \dfrac{(2\sqrt{5}-7)(3+\sqrt{5})}{(3-\sqrt{5})(3+\sqrt{5})}$ (on a multiplié par le conjugué du dénominateur !)

$$= \frac{2\sqrt{5} \times 3 + 2 \times (\sqrt{5})^2 - 7 \times 3 - 7\sqrt{5}}{(3)^2 - (\sqrt{5})^2} = \frac{6\sqrt{5} + 2 \times 5 - 21 - 7\sqrt{5}}{9-5}$$

$C = \dfrac{(6-7)\sqrt{5} + 10 - 21}{4}$ Donc $\boxed{C = \dfrac{-\sqrt{5}-11}{4}}$

↳ Pour $x=\sqrt{3}$: $C=\dfrac{|\sqrt{3}+3|-|\sqrt{3}-10|}{|\sqrt{3}-3|}$ On a $\sqrt{3}+3>0$; $\sqrt{3}-10<0$ et $\sqrt{3}-3<0$; donc $|\sqrt{3}+3|=\sqrt{3}+3$; $|\sqrt{3}-10|=-(\sqrt{3}-10)=-\sqrt{3}+10$ et $|\sqrt{3}-3|=-\sqrt{3}+3$

D'où $C=\dfrac{\sqrt{3}+3-(-\sqrt{3}+10)}{-\sqrt{3}+3}=\dfrac{\sqrt{3}+3+\sqrt{3}-10}{3-\sqrt{3}}=\dfrac{2\sqrt{3}-7}{3-\sqrt{3}}=\dfrac{(2\sqrt{3}-7)(3+\sqrt{3})}{(3-\sqrt{3})(3+\sqrt{3})}$

$=\dfrac{2\sqrt{3}\times 3+2\times(\sqrt{3})^2-7\times 3-7\sqrt{3}}{(3)^2-(\sqrt{3})^2}=\dfrac{6\sqrt{3}+2\times 3-21-7\sqrt{3}}{9-3}=\dfrac{6\sqrt{7}+6-21-7\sqrt{3}}{6}$

$=\dfrac{(6-7)\sqrt{3}-15}{6}$ Donc $\boxed{C=\dfrac{-\sqrt{3}-15}{6}}$

4) Calcul de $D=\dfrac{\sqrt{|x+5|}+\sqrt{|x-5|}}{\sqrt{|x+5|}+\sqrt{|2x-1|}}$

↳ Pour $x=2$: $D=\dfrac{\sqrt{|2+5|}+\sqrt{|2-5|}}{\sqrt{|2+5|}+\sqrt{|2\times 2-1|}}=\dfrac{\sqrt{|7|}+\sqrt{|-3|}}{\sqrt{|7|}+\sqrt{|3|}}=\dfrac{\sqrt{7}+\sqrt{3}}{\sqrt{7}+\sqrt{3}}=\boxed{1}$

↳ Pour $x=-2$: $D=\dfrac{\sqrt{|-2+5|}+\sqrt{|-2-5|}}{\sqrt{|-2+5|}+\sqrt{|2\times(-2)-1|}}=\dfrac{\sqrt{|3|}+\sqrt{|-7|}}{\sqrt{|3|}+\sqrt{|-4-1|}}=\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{7}}{\sqrt{3}+\sqrt{|-5|}}=\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{7}}{\sqrt{3}+\sqrt{5}}$

Donc $D=\dfrac{\sqrt{7}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}=\dfrac{(\sqrt{7}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})}$ (On a multiplié par le conjugué)

$D=\dfrac{\sqrt{7}\times\sqrt{5}-\sqrt{7}\times\sqrt{3}+\sqrt{3}\times\sqrt{5}-(\sqrt{3})^2}{(\sqrt{5})^2-(\sqrt{3})^2}=\dfrac{\sqrt{35}-\sqrt{21}+\sqrt{15}-3}{5-3}$

D'où $\boxed{D=\dfrac{\sqrt{35}+\sqrt{15}-\sqrt{21}-3}{2}}$

↳ Calcul pour $x=5$: $D=\dfrac{\sqrt{|5+5|}+\sqrt{|5-5|}}{\sqrt{|5+5|}+\sqrt{|2\times 5-1|}}=\dfrac{\sqrt{|10|}+\sqrt{|0|}}{\sqrt{|10|}+\sqrt{|10-1|}}=\dfrac{\sqrt{10}-\sqrt{0}}{\sqrt{10}-\sqrt{9}}$

$D=\dfrac{\sqrt{10}-0}{\sqrt{10}-\sqrt{3^2}}=\dfrac{\sqrt{10}}{\sqrt{10}-3}=\dfrac{\sqrt{10}(\sqrt{10}+3)}{(\sqrt{10}-3)(\sqrt{10}+3)}=\dfrac{(\sqrt{10})^2+3\times\sqrt{10}}{(\sqrt{10})^2-(3)^2}=\dfrac{10+3\sqrt{10}}{10-9}$

$D=\dfrac{10+3\sqrt{10}}{1}$. Donc $\boxed{D=10+3\sqrt{10}}$

↳ Calcul pour $x=\frac{7}{2}$: $D=\dfrac{\sqrt{|\frac{7}{2}+5|}+\sqrt{|\frac{7}{2}-5|}}{\sqrt{|\frac{7}{2}+5|}+\sqrt{|2\times\frac{7}{2}-1|}}=\dfrac{\sqrt{|\frac{7}{2}+\frac{10}{2}|}+\sqrt{|\frac{7}{2}-\frac{10}{2}|}}{\sqrt{|\frac{7}{2}+\frac{10}{2}|}+\sqrt{|7-1|}}$

$D=\dfrac{\sqrt{|\frac{7+10}{2}|}+\sqrt{|\frac{7-10}{2}|}}{\sqrt{|\frac{7+10}{2}|}+\sqrt{6}}=\dfrac{\sqrt{|\frac{17}{2}|}+\sqrt{|-\frac{3}{2}|}}{\sqrt{|\frac{17}{2}|}+\sqrt{6}}=\dfrac{\sqrt{\frac{17}{2}}+\sqrt{\frac{3}{2}}}{\sqrt{\frac{17}{2}}+\underbrace{\sqrt{\frac{12}{2}}}_{\to 6}}$

On a alors $D = \dfrac{\frac{\sqrt{17}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}}{\frac{\sqrt{17}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{2}}} = \dfrac{\frac{\sqrt{17}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}}}{\frac{\sqrt{17}+\sqrt{12}}{\sqrt{2}}} = \dfrac{\sqrt{17}+\sqrt{3}}{\cancel{\sqrt{2}}} \times \dfrac{\cancel{\sqrt{2}}}{\sqrt{17}+\sqrt{12}} = \dfrac{\sqrt{17}+\sqrt{3}}{\sqrt{17}+\sqrt{12}}$

$$D = \frac{(\sqrt{17}+\sqrt{3})(\sqrt{17}-\sqrt{12})}{(\sqrt{17}+\sqrt{12})(\sqrt{17}-\sqrt{12})} = \frac{(\sqrt{17})^2 - \sqrt{17}\times\sqrt{12} + \sqrt{3}\times\sqrt{17} - \sqrt{3}\times\sqrt{12}}{(\sqrt{17})^2 - (\sqrt{12})^2}$$

$$D = \frac{17 - \sqrt{17\times 12} + \sqrt{3\times 17} - \sqrt{3\times 12}}{17-12} = \frac{17 - \sqrt{4\times 51} + \sqrt{51} - \sqrt{36}}{5}$$

$$D = \frac{17 - \sqrt{2^2\times 51} + \sqrt{51} - \sqrt{6^2}}{5} = \frac{17 - 2\sqrt{51} + \sqrt{51} - 6}{5}$$

$$D = \frac{17 - 6 + (-2+1)\sqrt{51}}{5} = \frac{11-\sqrt{51}}{5}.$$ Donc $\boxed{D = \dfrac{11-\sqrt{51}}{5}}$