

On a alors :

$$K_a = \frac{\left(C_0 - \frac{K_e}{x}\right) \times \overset{[H_3O^+]}{\downarrow} x}{\frac{K_e}{x}} = \left(C_0 - \frac{K_e}{x}\right) x \times \frac{x}{K_e}$$

Ce qui donne $K_a = \frac{\left(C_0 - \frac{K_e}{x}\right) x^2}{K_e}$

D'où $K_a \times K_e = \left(C_0 - \frac{K_e}{x}\right) x^2$ et ensuite

$$K_a K_e = C_0 x^2 - K_e x.$$

La concentration $x = [H_3O^+]$ est donc solution de l'équation du second degré :

$$C_0 x^2 - K_e x - K_a K_e = 0 \quad (1)$$

On doit donc résoudre cette équation pour accéder à la concentration $[H_3O^+] = x$ puis facilement au pH.

▣ RAPPELS MATHÉMATIQUES : Soit l'équation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$ (avec $a \neq 0$)

* Le discriminant est $\Delta = b^2 - 4ac$

* Si le discriminant est positif ($\Delta > 0$), l'équation