

520 Devoir 1 CAP Mathématiques

Exercice 1 : (8pts)

$$A = \frac{7}{2} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{3}{6}$$

$$A = \frac{7}{2} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{2}$$

$$A = \frac{8}{2} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7}$$

$$A = 4 + \frac{1}{5} - \frac{1}{7}$$

$$A = \frac{4 \times 35 + 7 - 5}{35}$$

$$A = \frac{140 + 2}{35}$$

$$A = \frac{142}{35} \text{ soit } 4,1$$

$$C = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{5} + \sqrt{15}}{\sqrt{3} + \sqrt{5}}$$

$$C = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{5}}{\sqrt{3} + \sqrt{5}} + \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{3} + \sqrt{5}}$$

$$C = 1 + \frac{\sqrt{15} \times (\sqrt{3} - \sqrt{5})}{(\sqrt{3} + \sqrt{5}) \times (\sqrt{3} - \sqrt{5})}$$

$$C = 1 + \frac{\sqrt{45} - \sqrt{75}}{3 - 5}$$

$$C = 1 + \frac{\sqrt{75} - \sqrt{45}}{2}$$

$$C = 1 + \frac{5\sqrt{3} - 3\sqrt{5}}{2}$$

$$C = \frac{2 + 5\sqrt{3} - 3\sqrt{5}}{2} \text{ soit } 1,97$$

$$B = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{5}}{\sqrt{5} - \sqrt{4}}$$

$$B = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{5}}{\sqrt{5} - 2}$$

$$B = \frac{(\sqrt{3} + \sqrt{5}) \times (\sqrt{5} + 2)}{(\sqrt{5} - 2) \times (\sqrt{5} + 2)}$$

$$B = \frac{2\sqrt{3} + \sqrt{15} + 5 + 2\sqrt{5}}{5 - 4}$$

$$B = 5 + 2\sqrt{3} + 2\sqrt{5} + \sqrt{15} \text{ soit } 16,8$$

$$D = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\sqrt{5}}{6}}{\frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{5}}}$$

$$D = \frac{\frac{3\sqrt{3} + 2\sqrt{5}}{12}}{\frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{\sqrt{5}}{5}}$$

$$D = \frac{\frac{3\sqrt{3} + 2\sqrt{5}}{12}}{\frac{5\sqrt{3} - 3\sqrt{5}}{15}}$$

$$D = \frac{3\sqrt{3} + 2\sqrt{5}}{12} \times \frac{15}{5\sqrt{3} - 3\sqrt{5}}$$

$$D = \frac{5(3\sqrt{3} + 2\sqrt{5}) \times (5\sqrt{3} + 3\sqrt{5})}{4(5\sqrt{3} - 3\sqrt{5}) \times (5\sqrt{3} + 3\sqrt{5})}$$

$$D = \frac{5(45 + 9\sqrt{15} + 10\sqrt{15} + 30)}{4(75 - 45)}$$

$$D = \frac{19\sqrt{15} + 75}{24} \text{ soit } 6,2$$

$$E = \frac{10^2 \times 10^4}{5^2 \times 3^4} \times 9^2$$

$$E = \frac{10^6}{5^2 \times 3^4} \times 3^4$$

$$E = \frac{5^6 \times 2^6}{5^2}$$

$$E = 5^4 \times 2^6 = 40000$$

$$F = \frac{169 \times 15 \times 49}{7^3 \times 5^2 \times 3^2 \times 13}$$

$$F = \frac{13^2 \times 5 \times 3 \times 7^2}{7^3 \times 5^2 \times 3^2 \times 13}$$

$$F = \frac{13}{7 \times 5 \times 3}$$

$$F = \frac{13}{105} \text{ soit } 0,12$$

$$G = 2\sqrt{3+2} + \sqrt{125} - \sqrt{45}$$

$$G = 2\sqrt{5} + \sqrt{125} - \sqrt{45}$$

$$G = 2\sqrt{5} + 5\sqrt{5} - 3\sqrt{5}$$

$$G = 4\sqrt{5} \text{ soit } 8,9$$

$$H = \frac{\frac{7}{2} + \frac{1}{4} - \frac{5}{6}}{\frac{1}{3} + \frac{1}{4}}$$

$$H = \frac{\frac{42+3-10}{12}}{\frac{4+3}{12}}$$

$$H = \frac{35}{7}$$

$$H = 5$$

Remarque :

L'énoncé précisait de calculer et non de simplifier. Il suffisait donc d'utiliser sa calculatrice pour le calcul, qu'on faisait à chaque étape. Comme la plupart des élèves ont supposé qu'il fallait simplifier alors cet exercice propose les deux méthodes.

Exercice 2 : (3pts)

Sachant que le prix des serviettes est 5 euros et des gants 3 euros et qu'elle achète 10 serviettes et 10 gants, c'est-à-dire une somme totale de $5 \times 10 + 3 \times 10 = 80$ euros.

Il lui reste donc $250 - 80 = 170$ euros pour acheter les mouchoirs.

Comme un mouchoir coûte 2 euros alors $170/2 = 85$, elle peut en acheter 85.

Puisqu'elle a tout utilisé, il ne lui reste plus de monnaie.

Exercice 3 : (3pts)

a) Le nombre de femme se calcule en faisant $65\% \times 10000 = 6500$.

b) Sachant qu'il y a 6500 femmes alors $10000 - 6500 = 3500$ hommes. Ce qui fait un pourcentage de 35% ($3500/10000$).

Exercice 4 : (5pts)

$$a) (x+3)(x-5) + 2(x+3)(x+6) = 0.$$

$$\Leftrightarrow (x+3)[(x-5) + 2(x+6)] = 0.$$

$$\Leftrightarrow (x+3)(3x+7) = 0.$$

Un produit de facteur est nul si l'un de ces facteurs l'est donc:

$$\Rightarrow x+3 = 0 \text{ ou } 3x+7 = 0.$$

$$\Rightarrow x = -3 \text{ ou } x = -7/3$$

$$\text{Alors } S = \{-3; -7/3\}.$$

b) $(x - 5)(x + 15) = (x - 5)(x + 7)$.
 $\Leftrightarrow (x - 5)(x + 15) - (x - 5)(x + 7) = 0$.
 $\Leftrightarrow (x - 5)[(x + 15) - (x + 7)] = 0$.
 $\Leftrightarrow -8(x - 5) = 0$.
 $\Leftrightarrow (x - 5) = 0$.
 La solution est $x = 5$. Donc $S = \{5\}$.

c) $\sqrt{5}x + 13 = \sqrt{3}x + 6$.
 $\Leftrightarrow x(\sqrt{5} - \sqrt{3}) = -7$.
 $\Leftrightarrow x = -7/(\sqrt{5} - \sqrt{3})$.
 C'est-à-dire $x = \frac{-7(\sqrt{3} + \sqrt{5})}{2}$, d'où $S = \left\{ \frac{-7(\sqrt{3} + \sqrt{5})}{2} \right\}$.

d) $\sqrt{2}x + \sqrt{3} = 4x - 5\sqrt{3}$.
 $\Leftrightarrow x(\sqrt{2} - 4) = -6$.
 $\Leftrightarrow x = -6\sqrt{3}/(\sqrt{2} - 4)$.
 C'est-à-dire $x = \frac{3\sqrt{3}(4 + \sqrt{2})}{7}$, donc $S = \left\{ \frac{3\sqrt{3}(4 + \sqrt{2})}{7} \right\}$.

e) $\frac{7}{2}x + \frac{\sqrt{3}}{3}x + 7 = \frac{7}{3} + \frac{15}{3}x - 1$.
 $\Leftrightarrow x\left(\frac{7}{2} + \frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{15}{3}\right) = \frac{7}{3} - 8$.
 $\Leftrightarrow x\left(\frac{21}{6} + \frac{2\sqrt{3}}{6} - \frac{30}{6}\right) = \frac{14}{6} - \frac{48}{6}$.
 $\Leftrightarrow x(21 + 2\sqrt{3} - 30) = 14 - 48$.
 $\Leftrightarrow x(2\sqrt{3} - 9) = -34$.
 $\Leftrightarrow x = -34/(2\sqrt{3} - 9)$.
 C'est-à-dire que $x = \frac{34(9 + 2\sqrt{3})}{69}$, donc $S = \left\{ \frac{34(9 + 2\sqrt{3})}{69} \right\}$.

Exercice 5 : (4pts)

a)

Appelons x la tablette de chocolat et y la glace.

On sait qu'il achète 3 tablettes de chocolats et 6 glaces pour 28,20 euros donc l'équation correspondante est $3x + 6y = 28,20$.

De plus, une semaine plus tard, il achète 4 tablettes de chocolat et 3 glaces le tout pour 20,35 euros. Ce qui permet d'obtenir une nouvelle équation $4x + 3y = 20,35$.

On doit résoudre :

$$\begin{cases} 3x+6y=28,20 \\ 4x+3y=20,35 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x+6y=28,20 \\ -8x-6y=-40,7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x+6y=28,20 \\ -5x=-12,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2,5 \\ 7,5+6y=28,20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2,5 \\ y=3,45 \end{cases}$$

En d'autres termes, une tablette de chocolat coûte 2,50 euros et une glace, 3,45 euros.

b)

Sachant que la tablette de chocolat a augmenté de 10% alors son nouveau prix est $10\% \times 2,50 + 2,50$, ce qui fait 2,75 euros la tablette.

Par la même méthode on trouve que le prix d'une glace est $20\% \times 3,45 + 3,45 = 4,14$ euros.

Puisqu'il a acheté 10 glaces et 5 tablettes alors le prix à payer en caisse s'élève à :

$$10 \times 4,14 + 5 \times 2,75 = 55,15 \text{ euros.}$$