PLANCHE-MATH16- LES PROBABILITES : LA NOTION DE CHANCE

I. Vocabulaire

☞ **On appelle <u>expérience aléatoire</u>, toute expérience dont on ne peut pas prévoir à l'avance l'issue.**

Exemples :

■ **<u>Le lancer d'une pièce de monnaie</u> : on ne peut pas prévoir à l'avance si on obtiendra pile ou face.**

■ **<u>Le lancer d'un dé cubique parfaitement équilibré à six faces numérotées de 1 à 6</u> : on ne peut pas prévoir à l'avance le numéro qui sera affiché.**

☞ **On appelle <u>Univers</u>, d'une expérience aléatoire l'ensemble de toutes les issues de cette expérience.**

L'univers se note Ω et se décrit en citant entre les accolades { } toutes les issues de l'expérience.

Exemples :

■ **<u>Le lancer d'une pièce de monnaie</u> alors il n'y a que deux issues (pile ou face), l'univers de cette expérience aléatoire est donc Ω ={pile, face}.**

■ **<u>Le lancer d'un dé cubique parfaitement équilibré à six faces numérotées de 1 à 6</u>, il y a 6 issues possibles (1, 2, 3, 4, 5 et 6). L'univers de cette expérience aléatoire est donc Ω ={1, 2, 3, 4, 5, 6}.**

☞ **On appelle <u>événement</u>, d'une expérience aléatoire toute proposition dont on peut dire sans ambigüité à l'issue de l'expérience qu'elle est vraie (ou réalisée) ou fausse (non réalisée).**

Un événement se note par une lettre majuscule : A, B, C....

Exemples :

■ **<u>On lance une pièce de monnaie</u> et on considère les événements :**

A : « On obtient pile »

B : « On obtient face »

☞ **On peut alors écrire A ={pile} et B ={face}.**

■ **<u>On lancer un dé cubique parfaitement équilibré à six faces numérotées de 1 à 6</u>, et on considère les événements :**

A : « on obtient un numéro inférieur à 4 » ;

B : « On obtient un numéro supérieur ou égal à 5 » ;

C : « On obtient un numéro pair ».

☞ **On peut alors écrire A = {1, 2, 3} ; B ={5, 6} et B ={2, 4, 6}.**

NOTE : Un nombre est dit pair lorsqu'il est multiple de 2, c'est-à-dire lorsqu'il figure dans la table de multiplication de 2.

APPLICATION ET EXECUTION DES TÂCHES N°1 :

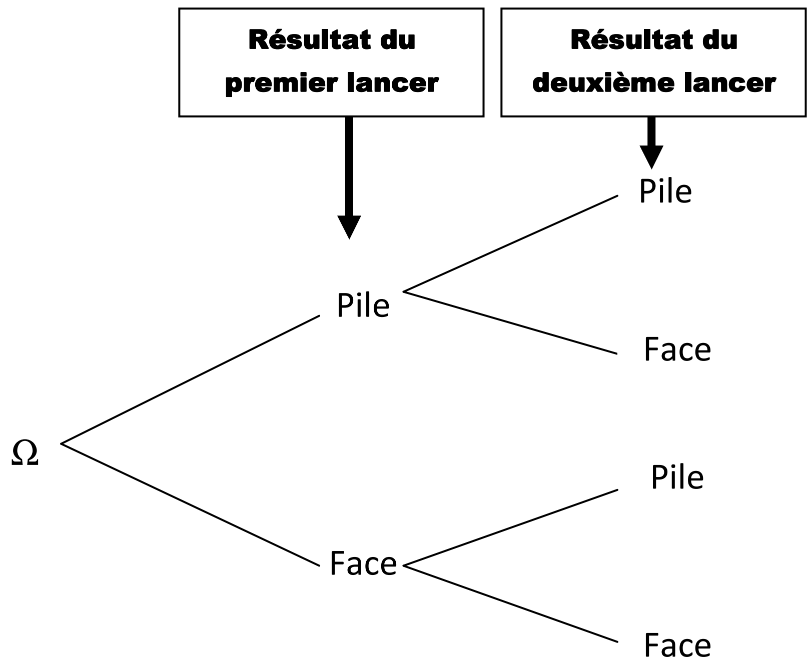
On lance deux fois de suite une pièce de monnaie parfaitement équilibrée.

① A l'aide d'un arbre, décrivez l'univers de cette expérience aléatoire.

② Retrouver ce résultat à l'aide d'un tableau à double entrée.

③ Décrire l'événement A : « On obtient pile exactement une fois ».

① On forme l'arbre qui va donner toutes les issues possibles :



☞ **On voit donc sur l'arbre que cette expérience a quatre issues possibles (pile, pile), (pile, face), (face, pile) et (face, face). Par suite l'univers de cette expérience aléatoire est donc Ω ={(pile, pile), (pile, face), (face, pile), (face, face)}.**

② On construit le tableau ci-dessous :

		DEUXIEME LANCER	
		Pile	**Face**
PREMIER LANCER	**Pile**	**(pile, pile)**	**(pile, face)**
	Face	**(face, pile)**	**(face, face)**

☞ **On voit donc avec ce tableau que cette expérience a quatre issues possibles (pile, pile), (pile, face), (face, pile) et (face, face). Par suite l'univers de cette expérience aléatoire est donc Ω ={(pile, pile), (pile, face), (face, pile), (face, face)}.**

③ **L'événement A est alors A ={(pile, face), (face, pile)}.**

APPLICATION ET EXECUTION DES TÂCHES N°2 :

Une expérience aléatoire consiste à lancer deux dés équilibrés à six faces numérotées de 1 à 6.

① **A l'aide d'un tableau à double entrée, déterminer l'univers de cette expérience.**

② **Décrire l'événement A : « On obtient deux numéros impairs ».**

① **On construit le tableau ci-dessous :**

		DEUXIEME DE					
		1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
PREMIER DE	**1**	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
	2	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
	3	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
	4	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
	5	(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
	6	(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

☞ **Ce tableau montre que l'univers qui comporte 36 résultats est :**

Ω ={(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)}.

② Dans l'événement A, on ne retient que les résultats où les deux numéros sont impair (1, 3 et 5). On a donc :

A ={(1, 1), (1, 3), (1, 5), (3, 1), (3, 3), (3, 5), (5, 1), (5, 3), (5, 5)}.

II. Probabilité d'un événement

☞ **Définition : La probabilité d'un événement A notée p(A) est une grandeur mathématique qui mesure la chance que cet événement se réalise à l'issue d'une expérience aléatoire.**

☞ **Notation : La probabilité d'un événement A se note p(A) et cette notation se lit « p de A ».**

☞ **Formule de calcul : On dit qu'il y a équiprobabilité si toutes les issues de l'expérience aléatoire on la même probabilité (c'est-à-dire la même chance de se réaliser). Dans ce cas, la probabilité p(A) d'un événement A se calcule selon l'incontournable formule ci-dessous, vieille comme le monde et connue comme le pain :**

$$p(A) = \frac{\text{Nombre de cas favorables à l'événement } A}{\text{Nombre de cas possibles}}$$

☞ **REMARQUE ET MISE EN GARDE : Une probabilité est toujours comprise entre 0 et 1.**

APPLICATION ET EXECUTION DES TÂCHES N°3 :

On lance un dé équilibré à six faces.

① Indiquer l'univers de cette expérience aléatoire.

② Déterminer la probabilité de l'événement A : « On obtient un numéro supérieur à 2 ».

③ Calculer la probabilité de l'événement B : « On obtient un numéro inférieur ou égal à 5 ».

④ Calculer la probabilité de l'événement C : « On obtient le numéro 3 ».

① **L'univers de cette expérience aléatoire est Ω ={1, 2, 3, 4, 5, 6}. Il y a donc 6 cas possibles.**

② **L'événement A se décrit A ={3, 4, 5, 6}. Il y a donc 4 cas favorables à l'événement A. On a donc :**

$p(A) = \dfrac{\text{Nombre de cas favorables à l'événement A}}{\text{Nombre de cas possibles}} = \dfrac{4}{6}$ **; ce qui donne après simplification de la fraction par 2, donne** $p(A) = \dfrac{2}{3}$.

☞ **Ce résultat signifie qu'il y a 2 chances sur 3 que le numéro obtenu soit supérieur à 2 (c'est-à-dire que l'événement A se réalise).**

③ **L'événement B se décrit B ={1, 2, 3, 4, 5}. Il y a donc 5 cas favorables à l'événement B. On a donc :**

$$p(B) = \dfrac{\text{Nombre de cas favorables à l'événement B}}{\text{Nombre de cas possibles}} = \dfrac{5}{6}.$$

☞ **Ce résultat signifie qu'il y a 5 chances sur 6 d'avoir un numéro inférieur ou égal à 5 (c'est-à-dire que l'événement B se réalise).**

③ **On a C ={3}. Il y a donc 1 cas favorable à l'événement C. On a donc :**

$$p(C) = \dfrac{\text{Nombre de cas favorables à l'événement C}}{\text{Nombre de cas possibles}} = \dfrac{1}{6}.$$

☞ **Ce résultat signifie qu'il y a 1 chance sur 6 que le dé affiche le numéro 3 (c'est-à-dire que l'événement C se réalise).**

APPLICATION ET EXECUTION DES TÂCHES N°4 :

Un sac contient 8 jetons portant chacun un caractère du mot STRASS33.

Une expérience consiste à tirer au hasard un jeton du sac.

① **Indiquer l'univers de cette expérience aléatoire.**

② **Déterminer la probabilité de l'événement A : « On obtient une lettre».**

③ **Calculer la probabilité de l'événement B : « On obtient un chiffre ».**

④ **Calculer la probabilité de l'événement C : « On obtient la lettre S ».**

⑤ **Calculer la probabilité de l'événement D : « On obtient une voyelle ».**

① **L'univers de cette expérience aléatoire est l'ensemble des caractères du mot STRASS33 qui est alors Ω ={S, T, R, A, S, S, 3, 3}. Il y a donc 8 cas possibles.**

② L'événement A se décrit A={S, T, R, A, S, S}. Il y a donc <u>6 cas favorables</u> à l'événement A. On a donc :

$$p(A)=\frac{\text{Nombre de cas favorables à l'événement } A}{\text{Nombre de cas possibles}}=\frac{6}{8}$$ **; ce qui donne après simplification de la fraction par 2, donne** $p(A)=\frac{3}{4}$.

☞ **Ce résultat signifie qu'il y a 3 chances sur 4 que le caractère obtenu soit une lettre (c'est-à-dire que l'événement A se réalise).**

<u>NOTE</u> : Dans le sac il y a 6 lettres sur les 8 caractères : donc on a directement $p(A)=\frac{6}{8}=\frac{3}{4}$.

③ L'événement B se décrit B ={3, 3}. Il y a donc <u>2 cas favorables</u> à l'événement B.

On a donc : $p(B)=\frac{\text{Nombre de cas favorables à l'événement } B}{\text{Nombre de cas possibles}}=\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$.

☞ **Ce résultat signifie qu'il y a 1 chance sur 4 pour que la caractère tiré soit un chiffre (c'est-à-dire que l'événement B se réalise).**

<u>NOTE</u> : Dans le sac il y a 2 chiffres sur les 8 caractères : donc on a directement $p(B)=\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$.

④ Dans le sac, il y a 3 lettres S sur les 8 caractères. On a donc directement :

$$p(C)=\frac{\text{Nombre de cas favorables à l'événement } C}{\text{Nombre de cas possibles}}=\frac{3}{8}.$$

☞ **Ce résultat signifie qu'il y a 3 chances sur 8 que le caractère tiré soit un S (c'est-à-dire que l'événement C se réalise).**

<u>REMARQUE</u> :

Une probabilité peut s'exprimer en pourcentage. Pour mettre une probabilité en pourcentage, il suffit de la calculer en décimale (avec la calculatrice) puis de multiplier le résultat par 100.

<u>EXEMPLE</u> : On a $p(A)=\frac{3}{4}=0{,}75$ **et** $0{,}75\times100=75$**. Donc il y a 75% de chance pour que le caractère tiré soit une lettre.**

④ Dans le sac, il y a 1 voyelle (la lettre A) sur les 8 caractères. On a donc directement : $p(C)=\dfrac{\text{Nombre de cas favorables à l'événement } C}{\text{Nombre de cas possibles}}=\dfrac{1}{8}$.

☞ Ce résultat signifie qu'il y a 1 chance sur 8, soit 12,5 % de chance pour que le caractère tiré soit une voyelle (c'est-à-dire que l'événement D se réalise).

APPLICATION ET EXECUTION DES TÂCHES N°5 :

Un sac contient 6 jetons carrés portant chacun un caractère du mot LUCE38 et 6 jetons circulaires portant chacun un caractère du mot FRANEM.

Une expérience consiste à tirer au hasard un jeton de ce sac.

① Calculer la probabilité de l'événement A : « le jeton tiré est carré ».

② Déterminer la probabilité de l'événement B : « On obtient une lettre».

③ Calculer la probabilité de l'événement C : « On obtient un chiffre ».

① L'univers de cette expérience aléatoire est l'ensemble des 12 caractères des mots LUCE38 et FRANEM. Donc il ya 12 cas possibles au total.

Il y a 6 jetons carrés sur les 12 jetons du sac. On a donc :

$$p(A)=\dfrac{\text{Nombre de cas favorables à l'événement } A}{\text{Nombre de cas possibles}}=\dfrac{6}{12}=\dfrac{1}{2}.$$

☞ Ce résultat signifie qu'il y a 1 chances sur 2, soit 50 % de chance pour que le jeton tiré soit carré (c'est-à-dire pour que l'événement A se réalise).

② Il y a 10 lettres (B={L, U, C, E, F, R, A, N, E, M}) sur les 12 caractères. On a donc très vite :

$p(B)=\dfrac{\text{Nombre de cas favorables à l'événement } B}{\text{Nombre de cas possibles}}=\dfrac{10}{12}$ **; ce qui donne après simplification de la fraction par 2, donne** $p(B)=\dfrac{5}{6}$.

☞ Ce résultat signifie qu'il y a 5 chances sur 6, soit environ 83,3 % de chance pour que le caractère obtenu soit une lettre (c'est-à-dire que l'événement B se réalise).

③ Il y a 2 chiffres (C={3, 8}) sur les 12 caractères. On a alors :

$$p(C)=\dfrac{\text{Nombre de cas favorables à l'événement } C}{\text{Nombre de cas possibles}}=\dfrac{2}{12}=\dfrac{1}{6}.$$

☞ **Ce résultat signifie qu'il y a 1 chance sur 6, soit environ 16,7 % de chance pour que le caractère tiré soit un chiffre (c'est-à-dire que l'événement C se réalise).**

APPLICATION ET EXECUTION DES TÂCHES N°6 :

Une expérience aléatoire consiste à lancer deux dés équilibrés à six faces numérotées de 1 à 6.

① A l'aide d'un tableau à double entrée, déterminer l'univers de cette expérience.

② Calculer la probabilité de l'événement A : « On obtient deux numéros impairs » et l'interpréter en pourcentage de chance.

③ Calculer la probabilité de l'événement B : « On obtient deux numéros identiques ».

① On construit le tableau ci-dessous :

		DEUXIEME DE					
		1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
PREMIER DE	**1**	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
	2	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
	3	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
	4	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
	5	(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
	6	(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

☞ **Ce tableau montre que l'univers qui comporte 36 résultats est :**

Ω ={(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)}.

② Dans l'événement A, on ne retient que les résultats où les deux numéros sont impair (1, 3 et 5). On a donc :

A ={(1, 1), (1, 3), (1, 5), (3, 1), (3, 3), (3, 5), (5, 1), (5, 3), (5, 5)}.

Il y a donc 9 cas favorables sur les 36 cas possibles. On en déduit immédiatement que $p(A) = \frac{\text{Nombre de cas favorables à l'événement A}}{\text{Nombre de cas possibles}} = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$.

NOTE : On a simplifié la fraction par 9.

☞ **On a** $p(A)=\frac{1}{4}=0{,}25$ **et 0,25×100=25. Donc il y a 25% de chance pour que le caractère tiré soit une lettre.**

② **Dans l'événement B, on ne retient que les résultats où les deux numéros sont identiques. On a donc B =**{**(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)**} **et on voit instantanément qu'il y a donc 6 cas favorables sur les 36 cas possibles. On en déduit alors que :**

$$p(B)=\frac{\text{Nombre de cas favorables à l'événement B}}{\text{Nombre de cas possibles}}=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}.$$

APPLICATION ET EXECUTION DES TÂCHES N°7 :

Une école de coiffure et esthétique compte 200 élèves dont 160 sont en esthétique et parmi lesquelles 40 % sont en CAP et les autres en BP.

Parmi les élèves en coiffure 25 sont en CAP et les autres en BP.

[1]. Complétez le tableau de répartition fourni ci-dessous.

[2]. On choisit un élève au hasard dans cette école.

① **Calculer la probabilité de l'événement A : « L'élève est en coiffure ».**

② **Calculer la probabilité de l'événement B : « L'élèves est en CAP ».**

③ **Calculer la probabilité de l'événement C : « L'élèves est en BP ».**

④ **Calculer la probabilité de l'événement D : « L'élève est en CAP esthétique ».**

[3]. On choisit un élève en coiffure. Calculer la probabilité pour que l'élève choisi soit en CAP.

	CAP	BP	TOTAL
COIFFURE			
ESTHETIQUE			
TOTAL			

[1]. On complète très facilement le tableau :

	CAP	BP	TOTAL
COIFFURE	25	15	40
ESTHETIQUE	64	96	160
TOTAL	89	111	200

NOTE : Avant de se lancer plus loin, il faut toujours bien contrôler l'exactitude de ce tableau car tout en dépend.

[2]. ① Il y a 40 élèves en coiffure sur les 200 élèves de l'école. On a alors très vite : $p(A) = \dfrac{\text{Nombre de cas favorables à l'événement } A}{\text{Nombre de cas possibles}} = \dfrac{40}{200} = 0{,}2$

☞ Ce résultat signifie qu'il y a 20 % de chance que l'élève choisi soit en coiffure.

② Il y a 89 élèves en CAP sur les 200 élèves de l'école. On a alors très vite :

$$p(B) = \frac{\text{Nombre de cas favorables à l'événement } B}{\text{Nombre de cas possibles}} = \frac{89}{200} = 0{,}445$$

☞ Ce résultat signifie qu'il y a 44,5 % de chance que l'élève choisi soit en CAP.

③ Il y a 111 élèves en BP sur les 200 élèves de l'école. On a alors très vite :

$$p(C) = \frac{\text{Nombre de cas favorables à l'événement } C}{\text{Nombre de cas possibles}} = \frac{111}{200} = 0{,}555$$

☞ Ce résultat signifie qu'il y a 55,5 % de chance que l'élève choisi soit en BP.

④ Il y a 64 élèves en CAP esthétique sur les 200 élèves de l'école. On a alors sans effort : $p(D) = \dfrac{\text{Nombre de cas favorables à l'événement } D}{\text{Nombre de cas possibles}} = \dfrac{64}{200} = 0{,}32$

☞ Ce résultat signifie qu'il y a 32% de chance que l'élève choisi soit en CAP esthétique.

[3]. Il y a 25 élèves en CAP coiffure sur les 40 élèves en coiffure. On a alors très vite : $p(E) = \dfrac{\text{Nombre de cas favorables à l'événement } E}{\text{Nombre de cas possibles}} = \dfrac{25}{40} = 0{,}625$

☞ Ce résultat signifie qu'il y a 62,5 % de chance que l'élève choisi soit en CAP coiffure.

EXERCICES A FAIRE ET A RENVOYER :

EXERCICE N°1 :

On lance un dé parfaitement équilibré à six faces numérotées de 1 à 6.

① Donner l'univers de cette expérience aléatoire.

② Décrire l'événement A : « Le dé affiche un numéro impair ».

③ Décrire l'événement B : « On obtient un numéro inférieur à 3 ».

EXERCICE N°2 :

On lance trois fois de suite une pièce de monnaie parfaitement équilibrée.

① A l'aide d'un arbre, déterminer l'univers de cette expérience aléatoire.

Info : Il y a 8 résultats possibles !

② Décrire les événements :

A : « On obtient exactement une fois pile au cours des trois lancers » ;

B : « On obtient exactement deux fois pile au cours des trois lancers » ;

C : « On obtient pile au deuxième lancer».

EXERCICE N°3 :

Une urne contient 3 boules rouges, 5 boules noires et 2 boules vertes indiscernables au touche.

Une épreuve consistes à tirer au hasard une boule de l'urne.

① Quel est le nombre de cas possibles ?

② Calculer la probabilité de l'événement A : « On obtient une boule rouge ».

③ Calculer la probabilité de l'événement B : « On obtient une boule noire ».

④ Calculer la probabilité de l'événement C : « On obtient une boule verte ».

⑤ Exprimer la probabilité de l'événement C en pourcentage.

EXERCICE N°4 :

Un sac contient 8 jetons portant chacun un caractère du mot LOLITEA08.

Une expérience consiste à tirer au hasard un jeton du sac.

① Indiquer l'univers de cette expérience aléatoire.

② Déterminer la probabilité de l'événement A : « On obtient une lettre».

③ Calculer la probabilité de l'événement B : « On obtient un chiffre ».

④ Calculer la probabilité de l'événement C : « On obtient la lettre L ».

⑤ Calculer la probabilité de l'événement D : « On obtient une voyelle ».

EXERCICE N°5 :

Une expérience aléatoire consiste à lancer deux dés équilibrés à six faces numérotées de 1 à 6.

① A l'aide d'un tableau à double entrée, déterminer l'univers de cette expérience.

② Calculer la probabilité de l'événement A : « On obtient deux numéros inférieurs à 4 » et l'interpréter en pourcentage de chance.

③ Calculer la probabilité de l'événement B : « On obtient deux numéros différents ».

EXERCICE N°6 :

Une école de coiffure et esthétique compte 250 élèves dont les 3/5ème sont en esthétique et parmi lesquelles 80 % sont en CAP et les autres en BP.

Parmi les élèves en coiffure 60% sont en CAP et les autres en BP.

[1]. Complétez le tableau de répartition fourni ci-dessous.

[2]. On choisit un élève au hasard dans cette école.

① Calculer la probabilité de l'événement A : « L'élève est en coiffure ».

② Calculer la probabilité de l'événement B : « L'élèves est en CAP ».

③ Calculer la probabilité de l'événement C : « L'élèves est en BP ».

④ Calculer la probabilité de l'événement D : « L'élève est en CAP esthétique ». [3]. On choisit un élève <u>en coiffure</u>. Calculer la probabilité pour que l'élève choisi soit en CAP.			
	CAP	**BP**	**TOTAL**
COIFFURE			
ESTHETIQUE			
TOTAL			